

TARTU ÜLIKOOL  
Füüsika Instituut  
Füüsikalise optika labor

Füüsika eriala  
MAGISTRITÖÖ (30 EAP)

---

# Astmelise murdumisnäitajaga optilise kiu kasutamine sondina

---

*Autor:*  
Valle MOREL

*Juhendajad:*  
Heli LUKNER, PhD  
Sandhra-Mirella VALDMA, MSc



Tartu 2019



# Astmelise murdumisnäitajaga optilise kiu kasutamine sondina

Käesolev magistritöö seisnes i) optilise kiu ruumilise lahutusvõime määramises  $J_0$ -tüüpi koonduva Besseli kimbu abil; ii) sama parameetri määramises  $J_1$ -tüüpi koonduva Besseli kimbu abil iii) kiu ja tekitatud valgusvälja sidumi simuleerimises. Koonduva  $J_0$ -tüüpi Besseli kimbu tekitamiseks kasutati 20-kordse suurendusega objektiivi ja ringvõre. Koonduva  $J_1$ -tüüpi Besseli kimbu tekitamiseks kasutati sama objektiivi ja spiraalset ringvõre. Sondeeritava välja kvaliteeti kontrolliti kaameraga. Leiti, et kiuga suudetakse  $J_0$ -tüüpi Besseli kimbu puhul tuvastada 2,25  $\mu\text{m}$  suuruseid objekte (täislaius kõrgusel  $1/e^2$ ) ja  $J_1$ -tüüpi Besseli kimbu puhul 2,14  $\mu\text{m}$  suuruseid objekte (täislaius kõrgusel  $1 - 1/e^2$ ), mis on vastavalt 2,23 ja 2,34 korda väiksem kui antud kiu põhimoodi laius (5,0  $\mu\text{m}$ , samuti täislaius kõrgusel  $1/e^2$ ).

Töö edasiarendusena saab katseskeemi parandada, et kiudu sidustunud valguse efektiivsust tõsta ning põhjalikumalt uurida difraktsiooni nulljärgu mõju valgusvälja ja kiu moodi vahelisele sidumile.

Märksõnad: Besseli funktsioon, optiline kiud, mood, murdumisnäitaja, ringvõre

CERCS: P200 (Elektromagnetism, optika, akustika)

## Using step-index optical fiber as probe

In this thesis, spacial resolution of single mode optical fiber using  $J_0$  and  $J_1$  accelerating Bessel was studied. For a light source supercontinuum laser was used. Bessel beam was generated using annular or spiral diffraction grating. Accelerating Bessel beams was made using focusing element. Theoretical calculations were verified using pictures taken with CMOS camera at different accelerating Bessel beam spreading distances. Spiral and annular diffraction grating together with objective lens with 20-times magnification was used to find resolution of optical fiber. Convolution of Bessel field and fiber mode was simulated. It was found that optical fiber can detect objects at size 2,25  $\mu\text{m}$  ( $1/e^2$ ). Those objects are smaller than mode of current fiber 5,0  $\mu\text{m}$  ( $1/e^2$ ).

For further research it is possible to improve experiment scheme to increase efficiency of convolution between light field and fiber mode. Also effect of zero-order mode of diffraction grating to convolution between light field and fiber mode.

Keywords: Bessel function, optical fiber, mode, refractive index, annular diffraction grating

CERCS: P200 (Electromagnetism, optics, acoustics)

# Sisukord

Sissejuhatus	1
<b>1 Kirjanduse ülevaade</b>	<b>3</b>
1.1 Optilised kiud . . . . .	3
1.1.1 Moodid . . . . .	3
1.1.2 Astmelise murdumisnäitajaga optiline kiud . . . . .	5
1.1.3 Sidustumisefektiivsus . . . . .	5
1.2 Besseli kimp . . . . .	6
1.2.1 0-järku Besseli kimp ( $J_0$ ) . . . . .	6
1.2.2 1-järku Besseli kimp ( $J_1$ ) . . . . .	8
1.2.3 Besseli kimbu moodustamine ringvõrega . . . . .	9
1.2.4 Koonduv Besseli kimp . . . . .	11
1.3 Välja sidustumine kiudu . . . . .	12
<b>2 Meetodid</b>	<b>16</b>
2.1 Katseskeem . . . . .	16
2.2 Laserid . . . . .	17
2.2.1 Superkontiinumlaser . . . . .	17
2.3 Filtreeriv kiud . . . . .	18
2.4 Difrageerivad elemendid . . . . .	19
2.5 Koonduva Besseli kimbu mõõtmine kaameraga . . . . .	20
2.6 Koonduva Besseli kimbu skaneerimine kiuga . . . . .	21
2.7 Simulatsioon . . . . .	21
<b>3 Tulemused ja analüüs</b>	<b>22</b>
3.1 $J_0$ -Besseli kimbu mõõtmised . . . . .	22
3.2 $J_1$ -Besseli kimbu mõõtmised . . . . .	24
<b>Kokkuvõte</b>	<b>27</b>
<b>Tänuavaldused</b>	<b>28</b>
<b>Kirjandus</b>	<b>29</b>
<b>Lihtlitsents</b>	<b>32</b>

# Sissejuhatus

Optilist kiudu ehk klaasist valgusjuhet kasutatakse meditsiinis, telekommunikatsioonis ja paljudes muudes valdkondades. Üheks kiu kasutusviisiks on sondeerimine. Sondeerimisega seotud rakendused on näiteks: i) skaneeriv kiud-endoskoop (*SFE - Scanning fiber endoscope*) ii) lähis-välja skaneeriv optiline mikroskoop (*NSOM - near-field scanning optical microscope*) iii) SEA TADPOLE (*Spatial Encoded Arrangement for Temporal Analysis by Dispersing a Pair of Light E-fields*) [1–3]. Skaneerivates rakendustes kasutatakse kiudusid uuritava pinna valgustamiseks ja pinnalt peegeldunud/hajunud valguse detektorisse suunamiseks. Sondeerimisel on ruumiline lahutusvõime määratud liigutamistäpsusega ja südamiku suurusega. Kiu liigutamiseks parimate nihutite puhul saavutatakse liigutamistäpsus mõned nanomeetrid, kuid ühemoodilise kiu südamiku läbimõõt on mõne mikroni suurusjärgus. Kiu põhimoodi (valgusväli levib kius moodidena) laius on ligikaudne võrdne südamiku läbimõõduga, seega saab seadme lahutusvõime parandamisel moodi suurus määravaks.

Kiu põhimoodist suuremat lahutusvõimet on võimalik saavutada uurides bipolaarseid välju [4]. Üks sellistest väljadest on Bessel, mille esimest tüüpi nullindat järku ( $J_0$ ) kimbu puhul on lahutusvõimet uuritud [5].

Antud töö eesmärk on leida ühemoodilise astmelise murdumisnäitajaga optilise kiu 780HP ruumiline lahutusvõime, arendades edasi esimest tüüpi nullindat järku ( $J_0$ ) Besseli kimbu eksperimenti ja uurides esimest tüüpi esimest järku ( $J_1$ ) Besseli kimpu.

Kiu ruumilise lahutusvõime leidmiseks tekitati ringvõre ning koondava objektiivi abil koonduv väli, mida kirjeldab esimest tüüpi nullindat järku ( $J_0$ ) Besseli funktsioon. Ringvõre on ringsümmeetriline difrageeriv element, mille võrejooned on kontsentrilised rõngad [6]. Tekitatud välja vastavust matemaatilisele mudelile kontrolliti kaamera abil, millele järgnesid mõõtmised kiuga, et selgitada välja antud kiu ruumiline lahutusvõime. Täiendavalt simuleeriti koonduva Besseli kimbu kiudu sidustumist arvutil. Hiljem korrati katset asendades ringvõre spiraalse ringvõrega, mille tekitatud valgusvälja kirjeldab esimest tüüpi esimest järku ( $J_1$ ) Besseli funktsioon. Spiraalne ringvõre puhul on võrejooned paigutatud spiraalina, mille võresamm jääb konstantseks.

Töö on esitatud kolmes osas: kirjanduseülevaade, meetodite kirjeldus ning tulemuste kirjeldus ning analüüs. Esimeses peatükis tehakse ülevaade Besseli kimpudest ning nende moodustamisest, kiudu sidustumisest ja astmelise murdumisnäitajaga optilistest kiududest. Teises osas kirjeldatakse kiu ruumilise lahutusvõime määramiseks vajalikke katsekeeme ning nende osi ja kiuga sondeerimise simuleerimist. Eristatakse nullindat ja esimest järku Besseli väljade tekitamist ja mõõtmist. Kolmandas osas esitatakse eksperimenti tulemused mõlema välja puhul ning analüüsitakse neid. Eksperimentis tekitatud

---

välja mõõtmiseks salvestati kahemõõtmelised intensiivsusmustrid ning elektriväli kiuga skaneerides. Mõõtmistulemusi kõrvutati simuleeritud väljajaotustega, mis võimaldas hinnata eksperimendi kehtivuse piire ning kiu lahutusvõimet.

# 1 Kirjanduse ülevaade

Antud peatükk on jaotatud kolmeks alapeatükiks, millest esimeses käsitletakse astmelise murdumisnäitajaga optilisi kiudusid, ruumilist lahutusvõimet ja sidumiseefektiivsust, eesmärgiga anda teoreetiline ülevaade uuritavatest parameetritest. Teises alapeatükis kirjeldatakse valgusväljasid, mida kutsutakse Besseli kimpudeks, nende moodustamist ja omadusi, mille tõttu antud väljasid töös kasutatakse. Kolmandas alapeatükis kirjeldatakse esmalt matemaatiliselt ja graafiliselt kahe Gaussi funktsiooni vahelist sidumit, seejärel Gaussi ja Besseli funktsiooni vahelist sidumit ning lõpuks võrreldakse kahte sidumit.

## 1.1 Optilised kiud

Optilised kiud on lainejuhid, mida saab struktuuri põhjal jaotada kolmeks: footonkristall-, muutuva ja astmelise murdumisnäitajaga kiududeks. Kiu struktuur jaotub peeneks südamikuks, mida katab kattekiht ja mõlemaid kihte ümbritsev kaitsekiht. Lihtsamail juhul toimub valgusel levimine kius sisepeegeldumise tõttu, sest südamiku murdumisnäitaja on pisut suurem kattekihi murdumisnäitajast. Edasises töös keskendutakse vaid astmelise murdumisnäitajaga kiududele.

### 1.1.1 Moodid

Vabas ruumis kirjeldavad valgusväljade levikut lainemoodid. Moodid jaotatakse Hermite-Gaussi ja Laguerre-Gaussi moodideks (joonis valem 1.1). Mõlema moodi klassi lihtsamaiks variandiks on Gaussi kimp. [7]

Optilises kius kui lainejuhis saavad samuti levida lainemoodid. Lisaks struktuuri põhjal kiudude jaotamisele, saab kiudusid jaotada levivate moodide alusel ühe- ja mitmemoodiliseks. Konkreetsele lainepikkusele vastava kiu tüübi (ühe- või mitmemoodiline) määratakse parameeter  $V$  abil (valem 1.1). Kiud on konkreetse lainepikkuse suhtes ühemoodiline, kui  $V < 2,405$ . Parameeter  $V$  sõltub kiu südamiku läbimõõdust, mis määrab lainepikkuste vahemiku, mille suhtes on kiud ühemoodiline. [7]

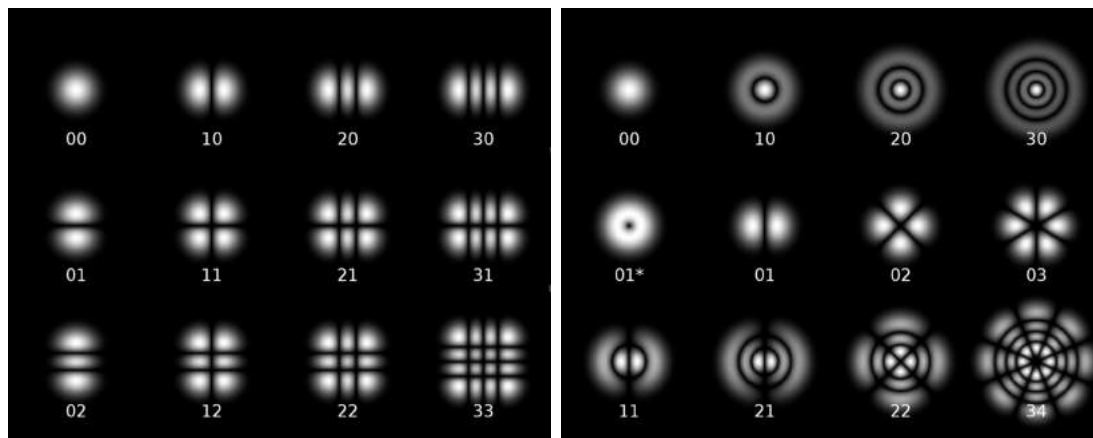
Lainejuhi parameeter  $V$  leitakse valemist

$$V = \frac{2\pi \cdot a \cdot NA}{\lambda}, \quad (1.1)$$

kus  $a$  on südamiku raadius,  $NA = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$  on kiu numbriline ava,  $n_1$  ja  $n_2$  tähistavad vastavalt südamiku ja kattekihi murdumisnäitajat ning  $\lambda$  on laseri lainepikkus.[8]

Kiu kasutamisel sondina pakub huvi ühemoodiline kiud, sest kõrgemad moodid moonutavad sondeeritavat välja ning seeläbi muudavad kiu väljundis mõõdetava välja interpreteerimise mitte-triviaalseks. [7]

Edasi keskendutakse vaid ühemoodilistele kiududele.



(A) Hermite-Gaussi moodid

(B) Laguerre-Gaussi moodid

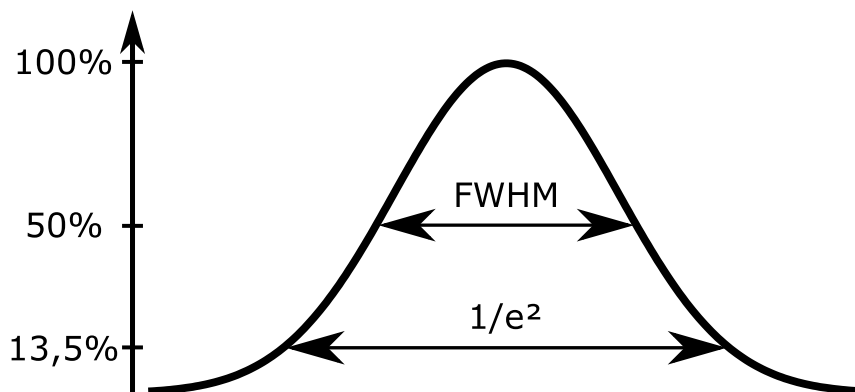
JOONIS 1.1: Mõlema moodiliigi põhimoodiks on Gaussi jaotus. Joonisel on näha vastavalt Hermite-Gaussi ja Laguerre-Gaussi kõrgemate moodide kuju sõltuvus kvantarvudest  $m$  ja  $n$  ning  $l$  ja  $p$ . [9]

Laseri põhimoodi kirjeldatakse enamasti Gaussi funktsiooniga (1.2). Gaussi funktsiooni puhul on selle laiust võimalik mitmeti defineerida. Kõige levinumad neist on täislaius poolel kõrgusel (FWHM - *Full width at half maximum*) ja laius kõrgusel  $1/e^2$ . FWHM puhul mõõdetakse jaotuse laiust amplituudil 50% maksimaalsest amplituudist. Laius kõrgusel  $1/e^2$  puhul on jaotuse laius mõõdetud  $1/e^2 \approx 13,5\%$  kõrgusel maksimaalsest amplituudist. Graafiline võrdlus nende kahe laiuse kohta on toodud joonisel 1.2.[10]

$$f(x) = Ae^{-\frac{(x-b)^2}{2c^2}}, \quad (1.2)$$

kus  $A$  kirjeldab funktsiooni amplituudi,  $b$  kirjeldab funktsiooni maksimumkoha asukohta ning  $c$  kirjeldab funktsiooni laiust.

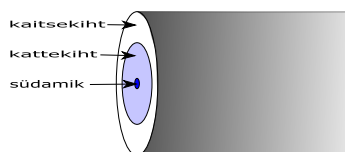




JOONIS 1.2: Gaussi funktsioon on lõpmata lai, seetõttu antakse funktsiooni laius läbi kõrguse. Levinumad neist on täislaius poolel kõrgusel (FWHM), mis tähendab normeeritud funktsiooni puhul laiust amplituudi väärtusel 0,5. Funktsiooni laius kõrgusel  $1/e^2$  on samuti läbi amplituudi antud. Normeeritud funktsiooni puhul on tegu laiusega amplituudi väärtusel  $1/e^2 \approx 13,5\%$ .

### 1.1.2 Astmelise murdumisnäitajaga optiline kiud

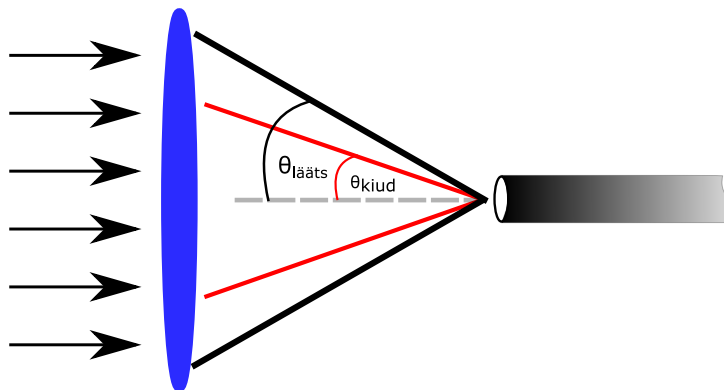
Astmelise murdumisnäitajaga optiline kiud koosneb südamikust, kattekihist ja kaitsekihist (joonis 1.3). Kius levib valgus sisepeegeldumise abil. Kui konkreetsele lainepikkusele vastav südamiku murdumisnäitaja on suurem kattekihi murdumisnäitajast  $n_1 > n_2$ , on sisepeegeldumise kriteerium täidetud ja antud lainepikkusele vastav valgus levib südamikust. Olukorras, kus  $n_2 > n_1$  sisepeegeldumist ei toimu ja kiud on suured kaod. Südamiku läbimõõdu põhjal jaotatakse kiud ühe- (ca 3 kuni 5  $\mu\text{m}$ ) ja mitmemoodiliseks (ca 50  $\mu\text{m}$ ). [7]



JOONIS 1.3: Optiline kiud koosneb südamikust, kattekihist ja kaitsekihist. Ühemoodilise astmelise murdumisnäitajaga kiu korral on südamiku läbimõõt suurusjärgus 3 – 10  $\mu\text{m}$ , kattekihi läbimõõt 125  $\mu\text{m}$  ja kaitsekiht läbimõõduga 245  $\mu\text{m}$ . [5]

### 1.1.3 Sidustumisefektiivsus

Valgus ei sidustu kiudu kunagi 100%-se efektiivsusega vaid alati on protsessis mingid kaod. Võimalikult suure sidumiseefektiivsuse saavutamiseks peab sidustatava laserkiire välja laius olema võrdne kiu moodi laiusega ja kiire koondamiseks kasutatud elemendi numbriline ava ühtima kiu numbrilise avaga (joonis 1.4). Minimaalset laserkiire laiust saab leida valemiga 1.3. Kiu moodi laius sõltub lainepikkusest valemi 1.4 alusel. [8]



JOONIS 1.4: Tasaparalleelsed kiired läbivad koondavat elementi ning koondatakse nurga  $\theta_{lts}$  all kiu südamikule. Kiudu sidustuvad kiired nurga  $\theta_{kiud}$  all. Kui läätse ja kiu numbrilised avad  $[NA=n \sin(\theta)]$ , kus  $n$  on murdumisnäitaja ning  $\theta$  nurk optilise teljega] on võrded, on sidustumiseefektiivsus maksimaalne.

Laserkiire difraktsiooni kirjeldav valem:

$$d_{min} = \frac{4\lambda f}{\pi d_{laser}} \quad \rightarrow \quad f = \frac{\pi \cdot d_{laser} \cdot d_{min}}{4 \cdot \lambda}, \quad (1.3)$$

kus  $f$  tähistab läätse fookuskaugust,  $d_{laser}$  laseri talje läbimõõtu,  $d_{min}$  laseri talje läbimõõtu fokaaltasendis ja  $\lambda$  laseri lainepikkust.

Empiiriline kiu moodi laiuse arvutamise valem:

$$\omega = a \left( 0.65 + \frac{1.619}{V^{1.5}} + \frac{2.879}{V^6} \right), \quad (1.4)$$

kus  $\omega$  on kiu moodi poollaius,  $a$  on südamiku raadius ja  $V$  on lainejuhi parameeter, mida kirjeldab valem (1.1). [8]

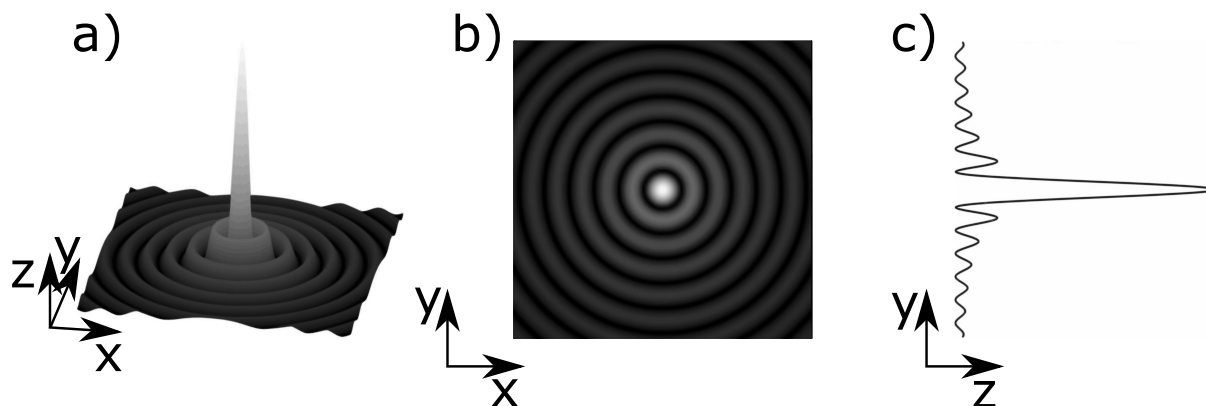
## 1.2 Besseli kimp

Käesolevas töös vaadeldakse Besseli kimpe, mille välja jaotust levimisteljega ristuvastandis kirjeldab esimest tüüpi 0-järku ja 1-järku Besseli funktsioonid ( $J_0$  ja  $J_1$ ).

### 1.2.1 0-järku Besseli kimp ( $J_0$ )

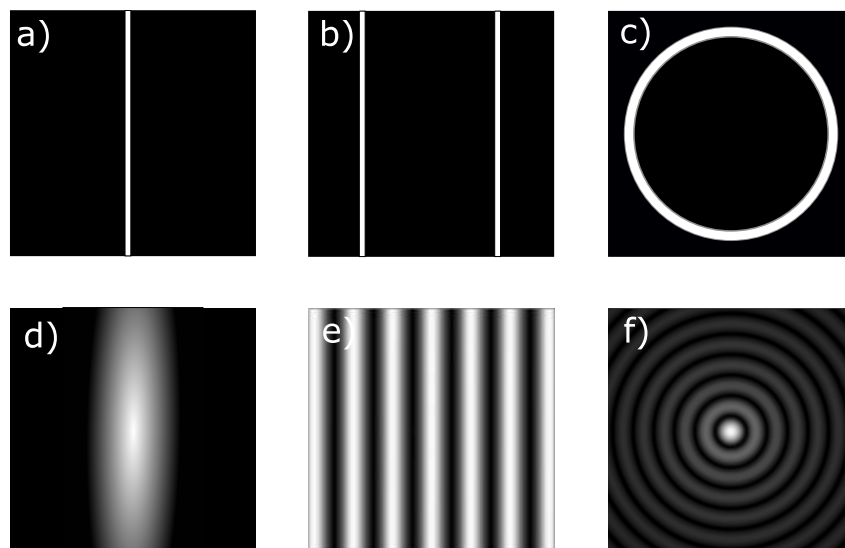
Besseli kimp on lõpmata lai bipolaarne elektrivälja muster, mis moodustub lainepikkuse suurusjärgus läbimõõduga intensiivsusemaksimumist, mida ümbritsevad vaheldumisi eredad ja tumedad kotsentrilised rõngad. Besseli kimpu kirjeldatakse Besseli funktsiooni abil  $[J_0(\alpha r)]$ , kus  $\alpha$  kirjeldab funktsiooni laiust ning  $r$  on radiaalkoordinaat).

Kaamera sensor ning inimese silm tajub elektrivälja asemel selle ruutu ehk elektrivälja intensiivsust ( $I(r) = (J_0(r))^2$ ). Joonistel 1.5a) ja 1.5b) on toodud Besseli kimbu intensiivsuspilt konkreetsel levimiskaugusel. x- ja y-teljed väljendavad ruumikoordinaate ning intensiivsust väljendab z-telg ning hallskaala, kus heledam värv tähistab suuremat intensiivsust. Joonisel 1.5c) on tehtud y-telje suunaline läbilõige ja y-telg väljendab ruumikoordinaati ning z-telg intensiivsust. [5, 6]



JOONIS 1.5: a) Kolmemõõtmeline Besseli kimbu intensiivsusprofiil, kus x- ja y-telg tähistavad ruumikoordinaate ning z-telg intensiivsust; b) Besseli kimbu intensiivsusprofiili läbilõige xy-tasandis. Graafik on hallskaalas, kus heledam värv väljendab suuremat intensiivsust. c) Besseli kimbu läbilõige yz-tasandis, kus y-teljel on koordinaat ning z-teljele on kantud intensiivsust. [5]

Besseli kimbu tekkimist aitab mõista joonis 1.6. Olgu läbipaistmatus maskis pilu, mille laius on nähtava lainepikkusega samas suurusjärgus [joonis 1.6a)]. Maski taga ekraanil tekib difraktsiooni tõttu maskis olevast pilust laiem riba [joonis 1.6d)]. Mida kitsam on maskis olev pilu, seda laiem on ekraanile tekkiv riba. Seejärel lisatakse maskile teinegi pilu [joonis 1.6b)]. Huygeni-Fresneli printsiibi tõttu tekib ekraanile triibuline pilt, kus konstruktiivse interferentsi tulemusena tekivad heledad triibud ning destruktiivne interferents annab tumedad triibud [joonis 1.6e)]. Pilude omavahelise kauguse vähendamisega, muutub ekraanil olev interferentsimuster laiemaks. Asendades kahe piluga maski maskiga, milles on rõngakujuline pilu, tekib rõnga punktidelt diffrageerunud kiirte omavahelise interferentsi tulemusena ekraanile kotsentriliste rõngastega pilt, mille keskel on ere maksimum [joonis 1.6c) ja 1.6f)]. Antud intensiivsuspilti nimetatakse Besseli kimbuks. Antud töös kasutatakse Besseli kimbu moodustamiseks rõngaspilu asemel kahte erinevat ringvõre, mille tööpõhimõtet kirjeldatakse järgnevas alapeatükis. [5]



JOONIS 1.6: a) - c) väljendavad maske, millele langeb valgus, d) - f) kaugväljas ekraanile tekkivat intensiivsuspilti. Ühe pilu korral [a)] tekib ekraanile laiem tsentraalne maksimum. Mida kitsam on maskil olev pilu, seda laiem on ekraanil [d)] olev tsentraalne maksimum. b) väljendab kahe pilu interferentsi teljelähedases piirkonnas. Joonisel e) tekib ekraanile perioodiline muster, kus heledad triibud märgivad interferentsipildi maksimume ning tumedad miinimume. Joonisel c) on kaks pilu asendatud rõngaga, mille tulemusena tekib interferentspilt, mida tuntakse Besseli kimbu nime all (tegelikuses asub rõngaspilu koondava läätse esimeses fookuses ning selle tulemusena muudab difrakteerunud kiired tasaparalleelseks). Matemaatiliselt on tegu Fourier' pöördega.[5]

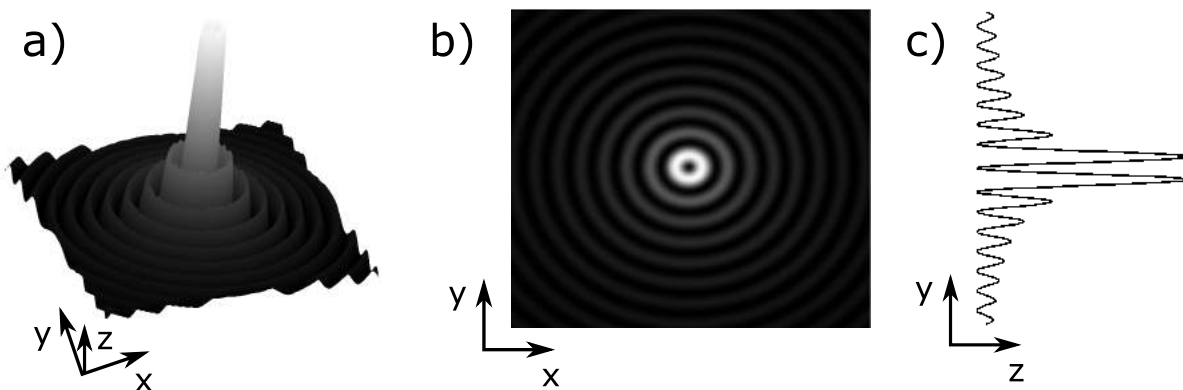
### 1.2.2 1-järku Besseli kimp ( $J_1$ )

Lisaks 0-järku Besseli kimbule ( $J_0$ ) on olemas ka valgusväljasid, mida kirjeldavad kõrgemat järku Besseli funktsioonid. Üheks näisuguseks on 1-järku Besseli kimp, mille intensiivsusprofiilid on toodud joonisel 1.7. Sarnaselt joonisele 1.5 on  $J_1$  kirjeldaval joonisel läbilõiked konkreetsel levimiskaugusel. Joonisel 1.5a) tähistavad x- ja y- teljed ruumikoordinaate ja z-telg intensiivsust. Erinevalt 0-järku Besseli kimbust, on antud kimbu tsentris destruktiiivsest interferentsist tekkinud elektivälja intensiivsuse miinimum.  $J_0$  ja  $J_1$  Besseli kimpude erinevus tuleb selgemalt välja joonistel 1.5b) ja c), mis kirjeldavad vastavalt valgusvälja profiili xy-tasandis (välja intensiivsust on kirjeldatud hallskaalas, kus heledam toon tähistab kõrgemat intensiivsust) ja y-telje sihelist läbilõiget, kus z-teljele on kantud valgusvälja intensiivsust. Olenevalt difrakteerivast elemendist, mida kasutatakse kimbu saamiseks, võib väljal olla ka orbitaalne impulsimoment, mis võimaldab mikroosakesi pöörlema panna. [6]

Spiraalse ringvõrega tekitatud  $J_1$ -Besseli kimpu kirjeldab valem, kuhu on lisatud asimuutaalkomponenti kirjeldav liige

$$J_1(r) \cdot e^{i\theta},$$

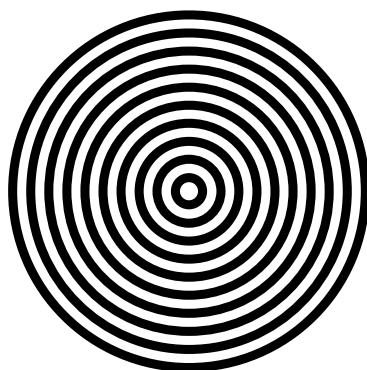
kus  $J_1(r)$  tähistab kahemõõtmelist Besseli funktsiooni,  $i$  on imaginaarühik ja  $\theta$  on asimuut.



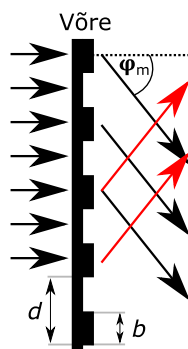
JOONIS 1.7: a)  $J_1$ -tüüpi Besseli kimbu intensiivsusprofiil 3D-s, b) Besseli kimbu intensiivsusprofiili läbilõige xy-tasandis. Graafik on hallskaalas, kus heledam värv väljendab suuremat intensiivsust. c) Besseli kimbu läbilõige yz-tasandis, kus y-teljel on koordinaat ning z-teljele on kantud intensiivsust.

### 1.2.3 Besseli kimbu moodustamine ringvõrega

Ringvõre kui difrageeriv element koosneb kotsentrilistest rõngastest, mida on kujutatud joonisel 1.8. Ringvõred jaotatakse töö põhimõttel kaheks - amplituud- ja faasivõreks. Edaspidiselt kirjeldame faasivõre, sest antud tüüpi võret kasutati ka eksperimendis. Tehes ringvõrest läbilõike, saadakse difraktsioonivõre, mille olulisemad parameetrid on toodud joonisel 1.9. Difraktsioonivõrele langeb valgus, mis võre läbides jätkab edaspidiselt levimist nurga  $\varphi_m$  all. Kiirte levimise nurk optilise telje suhtes sõltub võre perioodist  $d$ , kasutatava valguse lainepikkusest  $\lambda$  ja difraktsiooni järgust  $m$  valemiga  $\varphi_m = \arcsin\left(\frac{m \cdot \lambda}{d}\right)$  alusel. Valemist tulenevalt mida kõrgem on difraktsiooni järk, pikem lainepikkus või väiksem võre periood seda suurema nurga all kiired levivad. Joonisel 1.9 on tähistatud positiivsed nurgad mustade nooltega ning negatiivsed nurgad punaste nooltega, millele vastavad nurgad on  $m$  ja  $-m$ . Antud kiirte interferentspilt ringsümmeetrilisel juhul (ringvõre puhul) annab 0-järku Besseli kimbu. [11]

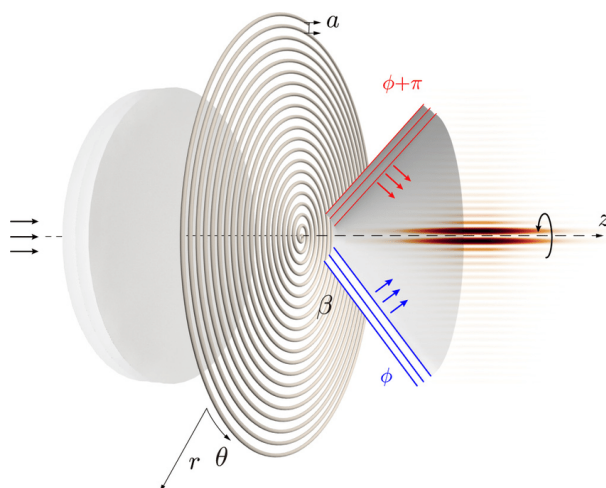


JOONIS 1.8: Joonisel on kujutatud ringvõre, kus harjad ja nõod on võrdse laiuse ehk võre periood on konstantne. Harjadest ja vagudest moodustuvad kotsentrilised ringid, mis erinevad vaid raadiuse poolest. Antud ringvõre kasutati  $J_0$ -tüüpi Besseli tekitamiseks.



JOONIS 1.9: Võres on harjad laiusega  $b$ . Harjade omavaheline kaugus ehk võre periood on  $d$ . Vasakult langeb võrele tasalaine, mis harjadest ja vagudest struktuuri läbides difrakteerub ning murdub nurga  $\varphi_m$  alla.

Lisaks ringvõrele leidub ka spiraalne ringvõre, mille abil on võimalik saada  $J_1$ -tüüpi Besseli kimpu (joonis 1.10). Spiraalsele ringvõrele langeb tasalaine, mis võre läbides levib optilise telje suhtes nurga  $\beta$  all. Ringvõre kirjeldatakse parameetrite  $r$ ,  $\theta$  ja  $a$  abil, kus  $r$  tähistab radiaalkoordinaati,  $\theta$  asimuuti ja  $a$  perioodi. Sinisega kujutatud tasalaine faas on  $\phi$  ja punasega kujutatud tasalaine faas on  $\phi + \pi$ , mis destruktiivsetes interferentsides kustutavad teineteist ning konstruktiivsetes interferentsides liituvad. Antud tasalainete interferentsid toimuvad ringsümmeetriliselt. Säärase lainetevahelise interferentsi tulemusena tekib valgusväli, mida kutsutakse  $J_1$ -tüüpi Besseli kimbuna ning kirjeldatakse 1-järku Besseli funktsiooni abil. [12]



JOONIS 1.10: Joonis kirjeldab spiraalset ringvõret. Võremustrit võime vaadelda koosnevana vao harjadest ning vagudest nende vahel. Harjade ja vagude struktuur moodustab spiraali, kuid harjad ja vaod on võrdse laiusega ning seeläbi võre periood jääb konstantseks. Antud tüüpi ringvõre kasutati  $J_1$ -tüüpi Besseli kimbu moodustamiseks. Spiraalsele ringvõrele langeb tasalaine. Difrakteeriva elemendi läbimisel tekivad lainefroonidid, mille interferentsist tekib ringsümmeetriline interferentsmuster, mida kirjeldab  $J_1$ -tüüpi Besseli funktsioon.  $a$  tähistab võre perioodi,  $\theta$  tähistab polaarkoordinaati ja  $r$  tähistab radiaalkoordinaati. [12]

Kuigi võre profil on spiraalikujuline, on tekkiv väli radiaalsümmeetriline. Võrreldes  $J_0$  väljaga, moodustub levimisteljel interferentsi tõttu keskne miinimum, kuid intensiivsuse mustri maksimumid on kontsentrilised. Faasipindade keerist meenutava iseloomu tõttu nimetatakse  $J_1$  välju ka keerisväljadeks. Ringvõre taga tekkiva väljaprofiili kirjeldamiseks kasutatakse miinimumi tingimust

$$d \sin \varphi = m\lambda, \quad (1.5)$$

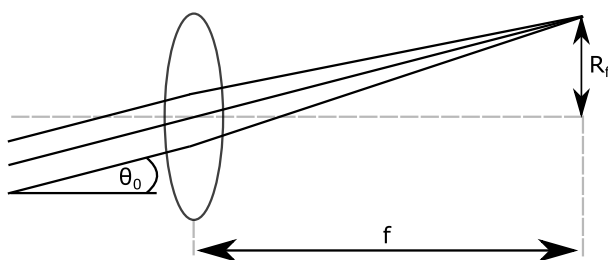
kus  $\varphi$  on nurk piludega võre ja murdunud kiire vahel,  $m$  on järgu arv ja  $\lambda$  on lainepikkus. [11]

### 1.2.4 Koonduv Besseli kimp

Käesolevas töös soovitakse  $J_0$  ja  $J_1$  väljade abil hinnata kiu ruumilist lahutusvõimet. Selleks vajaksime suurt hulka välju, mille ruumiline periood muutub kindla seaduspärasuse järgi. Seda on võimalik saavutada lisades optilises skeemis ringvõre või spiraalse võre taha koondava elemendi. Lisades ringvõre taha koondava elemendi, väheneb Besseli kimbu peamaksimumi läbimõõt levimiskoordinaadist sõltuvalt. Koondava elemendi fokaaltasandis koonduvad ringvõrel difrakteerunud tasalained peeneks rõngaks, mida tuntakse Fourier' rõnga nime all (joonis 1.11). Fourier' rõnga raadiust leitakse valemist

$$R_f = f \cdot \tan(\theta_0), \quad (1.6)$$

kus  $R_f$  on Fourier' rõnga raadius,  $f$  on läätse fookuskaugus ja  $\theta_0 = \arcsin\left(\frac{m\lambda}{d}\right)$  on tasalaine nurk optilise teljega.



JOONIS 1.11: Koonavale elemendile langeb lainefront, mille pinnanormaal moodustab optilise teljega nurga  $\theta_0$ . Koondava elemendi fokaaltasandis koonduvad välja tekitaavad lainefrontid ühes punktis. Ringsümmeetriliselt leviv valgusväli moodustab koondava elemendi fokaaltasandis Fourier' rõngas raadiusega  $R_f$ , mille abil saab määrata fokaaltasandi asukoha.

Besseli kimbu peamaksimumi täislaiust kõrgusel  $1/e^2$  kirjeldab valem

$$d_{eruu} = \frac{\lambda}{2 \cdot \sin\left(\arctan\left[\frac{R_f}{z}\right]\right)}, \quad (1.7)$$

kus  $R_f$  on Fourier' rõnga raadius,  $\lambda$  valguse lainepikkus ning  $d_{eruu}$  levimiskoordinaadist  $z$  sõltuv Besseli kimbu peamaksimumi laius kõrgusel  $1/e^2$  (Peamaksimumi laius kõrgusel  $1/e^2$  on Besseli funktsiooni puhul kaks korda miinimumide vahekaugusest kitsam). [11]

On lihtne näha, et Besseli kimbu kadumise kaugus  $z_{max}$  on

$$z_{max} = \frac{f \cdot D}{2 \cdot R_f + D}, \quad (1.8)$$

kus  $D$  tähistab apertuuri.

### 1.3 Välja sidustumine kiudu

Esmalt kirjeldatakse matemaatiliselt sidumit kahe gaussiaani vahel ning seejärel Gaussi funktsiooni ja gaussiaaniga läbi kaalutud  $J_0$ -järku Besseli funktsiooni vahel. Matemaatilisele selgitusele järgneb graafiline selgitus.

Sidum kahe funktsiooni vahel avaldub: [13]

$$(f * g)(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi)g(x - \xi)d\xi,$$

kus  $f$  ja  $g$  tähistavad funtsioone, mille vahel sidum võetakse ja  $f(\xi)$  ning  $g(x - \xi)$  algsete funtsioonide Fourier' pöördeid.

Esmalt vaadeldakse kahe Gaussi funktsiooni sidumit.

Gaussi funktsioon ehk gaussiaan: [13]

$$f(x) = e^{-\alpha x^2},$$

kus  $\alpha$  on standardhäbe ruut ehk funktsiooni laius.

Gaussiaan avaldub sagedusruumis [13]

$$e^{-\alpha x^2} \xrightarrow{\text{FT}} \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} \cdot e^{-\frac{(\pi\xi)^2}{\alpha}},$$

kus FT tähistab Fourier' pööret.



Kahe gaussiaani sidum avaldub seega:

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} \cdot e^{-\frac{(\pi\xi)^2}{\alpha}} \cdot \sqrt{\frac{\pi}{\beta}} \cdot e^{-\frac{(\pi\xi)^2}{\beta}} &= \sqrt{\frac{\pi^2}{\alpha\beta}} \cdot e^{-\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}(\pi\xi)^2} \\ \sqrt{\frac{\pi^2}{\alpha\beta}} \cdot e^{-\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}(\pi\xi)^2} &\xrightarrow{\text{RFT}} \sqrt{\frac{\pi}{\alpha+\beta}} e^{-\frac{\alpha\beta}{\alpha+\beta}x^2}, \end{aligned}$$

kus RFT tähistab Fourier' tagasipööret. Saadud sidumi laius suhestub algsesse välja kui

$$\frac{\left(\frac{\alpha\beta^2}{\alpha^2+\beta^2}\right)^{-1}}{\alpha^{-1}} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\beta^2}.$$

Millest järeldub, et kahe gaussiaani sidum on gaussiaan, mis on mõlemast Gaussi kimbust, millest sidumit võeti laiem. [13]

Nüüd vaadeldakse sidumit gaussiagiga läbi kaalutud  $J_0$ -järku Besseli ja gaussiaani vahel. Sidumit Gaussi funktsiooniga läbi kaalutud  $J_0$ -järku Besseli funktsioonist, saab matemaatiliselt kirjeldada Gradshteyn-Ryzhik'u integraalidega. Tehes Gradshteyn-Ryzhik'u integraalide kogumikus valem 6.633 punkt 2's asendused  $p = 0$ ;  $\varrho = \rho^{-1}$ ;  $\beta = \omega$  avaldub Hankeli pööre järgmiselt:

$$f_1 = \int_0^\infty e^{-\frac{r^2}{\rho^2}} J_0(\alpha r) J_0(\omega r) r dr = \frac{1}{2} \rho^2 \exp\left(-\rho^2 \frac{\alpha^2 + \omega^2}{4}\right) I_0\left(\frac{1}{2} \alpha \omega \rho^2\right),$$

kus võrrandi parem pool kirjeldab Hankeli pööret.

Sidumi võtmisel gaussiaanist saadakse Gradshteyn-Ryzhik'u integraalide kogumikus valem 6.631 punkt 4 alusel tehes järgnevad asendused  $\alpha = \beta^{-2}$ ;  $\beta = \omega$ ;  $\nu = 0$ :

$$f_2 = \int_0^\infty e^{-\frac{r^2}{\beta^2}} J_0(\omega r) r dr = \frac{\omega^0 \beta^2}{2} \exp\left(-\frac{\beta^2 \omega^2}{4}\right)$$

Võttes sidumi gaussiani ja gaussiaaniga läbi kaaalutud Besseli funktsiooni vahel vastab see sagedusruumis nende funktsioonide korrutamisele:

$$\begin{aligned} f_1 \cdot f_2 &= \frac{1}{2} \rho^2 \exp\left(-\rho^2 \frac{\alpha^2 + \omega^2}{4}\right) I_0\left(\frac{1}{2} \alpha \omega \rho^2\right) \frac{\beta^2}{2} \exp\left(-\frac{\beta^2 \omega^2}{4}\right) \\ &= \frac{\rho^2 \beta^2}{4} I_0\left(\frac{1}{2} \alpha \omega \rho^2\right) \exp\left(-\frac{\rho^2 \alpha^2 + \rho^2 \omega^2 + \beta^2 \omega^2}{4}\right) \\ &= \frac{\rho^2 \beta^2}{4} I_0\left(\frac{1}{2} \alpha \omega \rho^2\right) \exp\left(-\frac{\rho^2 \alpha^2}{4}\right) \exp\left(-\frac{\omega^2 (\rho^2 + \beta^2)}{4}\right) \end{aligned}$$

Võttes saadud väljast Hankeli tagasipööre Gradshtein-Ryzhik'u integraalide kogumikust valem 6.633 punkt 4 järgi, tähistades  $x = \omega$ ;  $\gamma = r$ ;  $\beta = \alpha\rho^2/2$ ;  $\nu = 0$ ;  $\alpha = A$ ;  $(\rho^2 + \beta^2)/4 = A$

$$\begin{aligned} & \frac{\rho^2\beta^2}{4} e^{-\frac{\rho^2\alpha^2}{4}} \int_0^\infty I_0\left(\frac{1}{2}\alpha\omega\rho^2\right) \exp(-A\omega^2) J_0(r\omega)\omega d\omega \\ &= \frac{\rho^2\beta^2}{4} e^{-\frac{\rho^2\alpha^2}{4}} \frac{1}{2A} e^{\frac{\frac{1}{4}\alpha^2\rho^4}{4A}} \exp\left(-\frac{r^2}{4A}\right) J_0\left(\frac{\alpha\rho^2}{4A}r\right) \\ &= \frac{\rho^2\beta^2}{2(\rho^2 + \beta^2)} e^{-\frac{\rho^2\alpha^2}{4}} e^{\frac{\frac{1}{4}\alpha^2\rho^4}{(\rho^2 + \beta^2)}} \exp\left(-\frac{1}{\rho^2 + \beta^2}r^2\right) J_0\left(\frac{\alpha\rho^2}{\rho^2 + \beta^2}r\right) \end{aligned}$$

Sidumiks on gaussiaaniga läbi kaalutud Besseli funktsioon.

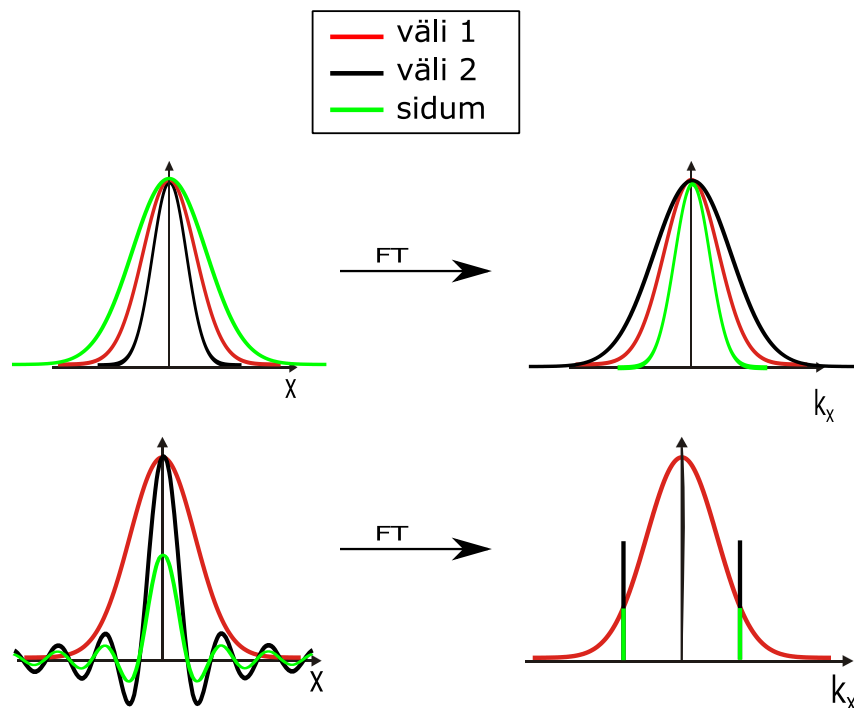
Sidumist saadud piigi laius suhtub algsesse piigi laiusesse nagu

$$\frac{\left(\frac{\alpha\rho^2}{\rho^2 + \beta^2}\right)^{-1}}{\alpha^{-1}} = \frac{\beta^2 + \rho^2}{\rho^2}.$$

Olukorras, kus  $\rho \rightarrow \infty$  ehk Besseli väli on lõpmata lai või  $\beta \rightarrow 0$  ehk sondeeriv väli on lõpmata kitsas, langevad algne Besseli väli ja sidum kokku. Olukorras, kus  $\beta = \rho$  ehk gaussiga läbi kaalutud Besseli väli on sondeeriva väljaga sama laiusega, on sidum  $\sqrt{2}$  korda algsest Besseli väljast laiem. [14]

Kiudu sidustumist võib matemaatiliselt kirjeldada kui väljade sidumit. Uurime sidumit kahe Gaussi funktsiooni ja Gaussi funktsiooni ning Besseli funktsiooni ( $J_0$ ) vahel (joonis 1.12). Esmalt kahe Gaussi välja vaheline sidum. Võttes mõlemast väljast Fourier' pöörde ning saadud väljad kokku korrutades ning selle tulemuse Fourier' tagasipöördega koordinaatruumi teisendades saame nende väljade sidumi. Gaussi funktsiooni kuju säilib Fourier' (tagasi-)pöördel. Mida laiem on Gaussi kimp koordinaatruumis, seda kitsam on see funktsioon  $k_x$ -ruumis ja vastupidi.  $K_x$ -ruumis saadud kahe Gaussi funktsiooni korrutis on kitsam mõlemast funktsioonist, seega koordinaatruumis on väljade sidum mõlemast väljast laiem.

Besseli funktsioon käitub sidumi võtmisel pisut teisiti. Besseli funktsiooni Fourier' pöördeks on kaks  $\delta$ -piiki sümmeetriliselt  $k_x = 0$ -ga.  $k_x$ -ruumis Gaussi ja kahe  $\delta$ -piigi korrutis annab tulemuseks kaks lõpliku kõrgusega piiki. Kui sellest väljast Fourier' tagasipöörde võtta saame tulemuseks nõrgema Besseli välja, kuid funktsiooni nullkohad jäävad paika.



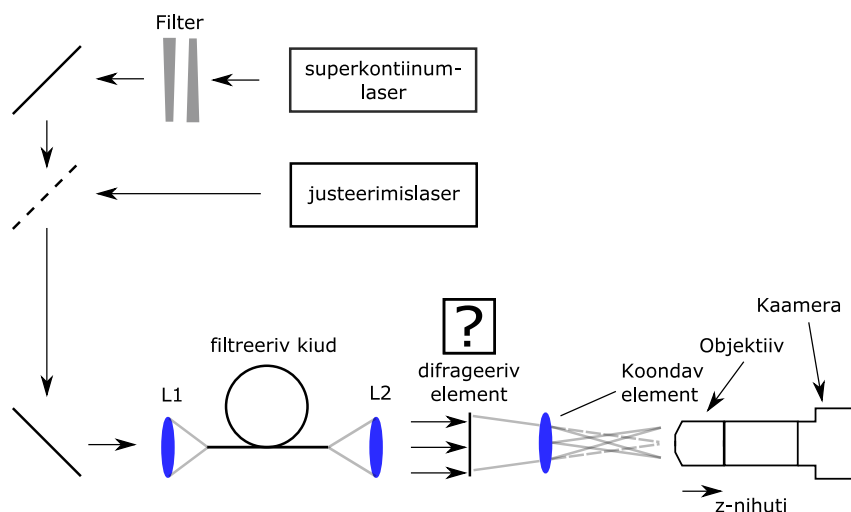
JOONIS 1.12: Võrdlus Gauss-Gauss ja Gauss-Bessel sidumi vahel. Sidumit kahe Gaussi funktsiooni vahel kirjeldab ülemine joonis. Sidumit Gaussi funktsiooni ja Besseli funktsiooni ( $J_0$ ) vahel kirjeldab alumine joonis. Mõlemal joonisel on punasega märgitud sondeeriv väli (väli 1), mustaga on märgitud skaneeritav väli (väli 2) ning rohelisega kahe välja sidum. Vasakpoolsed pildid on koordinaatruumis, parempoolsed pildid on  $k_x$ -ruumis. Säärast ruumiteisendust nimetatakse Fourier' pöördeks ( $FT$  - *Fourier transform*).

## 2 Meetodid

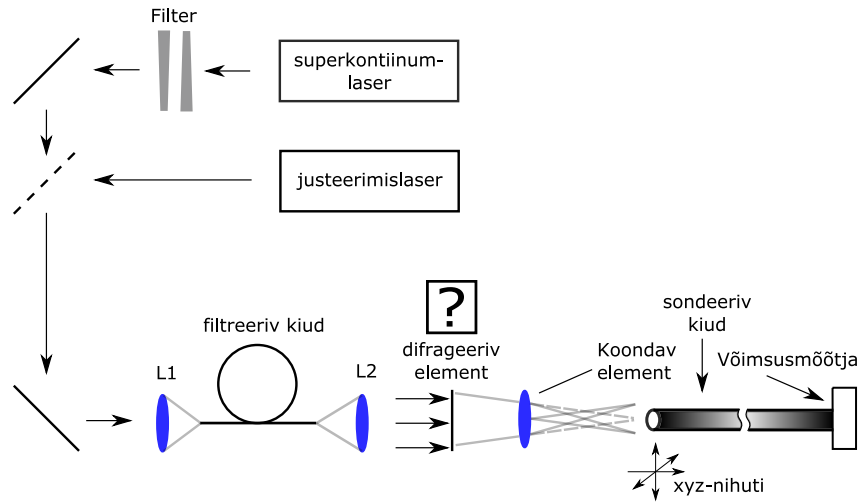
Antud peatükis kirjeldatakse katseskeemi, selle olulisemaid osasid, elementide valikukriteeriumeid ning teostatud simulatsiooni.

### 2.1 Katseskeem

Katseskeemis oleva laseri, läätsede, filtreeriva kiu, difrageeriva elemendi ja koondava elemendi abil tekitatakse koonduv Besseli kimp, mille vastavust matemaatilisele mudelile kontrollitakse kaameraga. Kiuga sama valgusvälja sondeerides määratakse kiu ruumiline lahutusvõime. Superkontiinumlaser läbib filtrit ja suunatakse peeglite abil läätsse L1. Eemaldatava peegli abil saab alternatiivsest õlast skeemi juhtida justeerimislaseri. Lääts L1 koondab kiired filtreerivale kiule, mida läbides muudetakse lääts L2 abil laserkiired taaskord paralleelseks. Antud katseskeemi osa täidab ka kiirelaiendaja rolli. Tasaparalleelsed kiired läbivad difrageeriva elemendi, mille tulemusena tekib Besseli väli. Koondavat elementi läbides muutub Besseli väli koonduvaks. Välja jäädvustamiseks kasutati esmalt suurendusega kaamerasüsteemi (joonis 2.1), mida sai liigutada z-teljes. Seejärel asendati kaamerasüsteem kiuplokiga, mida saab liigutada kolmes ruumikoordinaadis (joonis 2.2). Kiudu sidustunud valguse intensiivsuse mõõtmiseks lisati skeemi võimsusmõõtja.



JOONIS 2.1: Superkontiinumlaser läbib filtrit ning koondatakse lääts L1 abil filtreerivale kiule. Kiudu läbides tehakse kiir tasaparalleelseks lääts L2 abil ning kiir läbib difrageerivat elementi. Elemendi läbides tekib Besseli väli. Koonduv Besseli kimp saadakse koondava elemendiga. Välja uuritakse kaameraga. Justeerimiseks on lisatud süsteemi eemaldatav peegel, millega saab süsteemi juhtida justeerimislaserit.



JOONIS 2.2: Katseskeemis on vahetatud suurendusega kaamerasüsteem sondeeriva kiu ja võimsusmõõdja vastu, ülejäänud katseskeem on identne joonis 2.1-ga.

## 2.2 Laserid

Antud töös kasutati justeerimis- ja superkontiinumlasereid. Esmalt kirjeldatakse valitud justeerimislasereid ning nende parameetreid ja valikukriteeriumeid ja seejärel superkontiinumlasereid.

Katseskeemis olevate elementide justeerimiseks kasutati He-Ne laserit (Thorlabs HRP050) [15] ja dioodlasereid (Thorlabs CPS635R) [16]. Antud laseri spekter jääb nähtava valguse vahemikku, mis muudab justeerimise lihtsamaks (IR-spektrivahemikus peab kasutama vastavat tajurit, et muuta IR-valgus silmale nähtavaks).

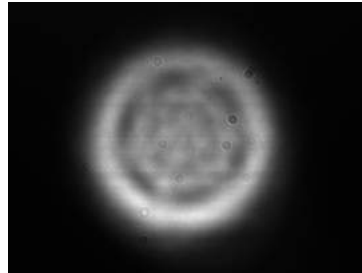
### 2.2.1 Superkontiinumlaser

Eksperimentis kasutati NKT Photonics laserit Fianium Whitelase WL-SC-400-40. Tegu on superkontiinum pikosekund impulsslaseriga, mille väljundspekter on vahemikus 400-2400 nm [17]. Laseri moodi laius kõrgusel  $1/e^2$  on 3 mm.

Seade töötab sagedusvahemikus 0,10 - 40,00 MHz. Kiudu sidustumisel oli mõnekümne protsendilised kaod, seega oli eksperimentis oluline võimalikult suur valguse intensiivsus. Antud kaalutlustel otsustati kasutada laserit võimsusel 100% ja kordussagedusel 40 MHz.

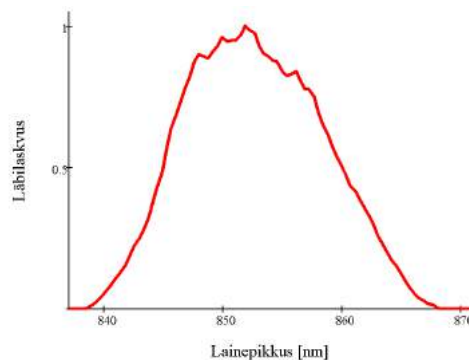
Difrageeriv element on mõeldud töötama 850 nm lainepikkuse ümbruses. See oli ainuke laboris olnud laser, mille väljundspekter katab antud lainepikkuste piirkonna. Väljundspektrist saab välja filtreerida lainepikkuste vahemiku, millele on difrageeriv element optimeeritud. Superkontiinumlaseri kasutamine muudab katseskeemi keerulisemaks, sest laseri mood 800 nm juures ei ole Gaussi kimp ning moodi kuju parandamiseks tuleb

kasutada filtreerivat kiudu (joonis 2.3). Samuti on superkontiinumlaseri kasutamine ebaefektiivne, sest enamik väljundspektrist läheb kaduma filtrit läbides. Parim valgusallikas antud katse tarbeks oleks võimalikult suure intensiivsusega 850 nm lainepikkusega monokromaatne laser, mille väljund on Gaussi kimp.



JOONIS 2.3: Laseri mood 800 nm juures ei ole ideaalne Gaussi kelluke, mis võib olla aberatsioonide allikaks. Laseri moodi laiuseks kõrgusel  $1/e^2$  on 3 mm.

Katses kasutatud filter on ettevõtte Delta Optical Thin Film A/S filter, mis on muudetava laiusega ribafilter, mis koosneb madal- (3GLVSWP) ja kõrgpääs (3G LVLWP) interferentsfiltrist [18, 19]. Ribalaiust ning asukohta saab muuta filtrite liigutamisega, muutes vastava filtri piirlainepikkust. Joonisel 2.4 on eksperimentaalselt kasutatud filtri läbilaskvusspekter.



JOONIS 2.4: Kasutatud ribafilter on muudetava läbilaskvusega kõrg- ja madalpääsfiltri kombinatsioon. Maksimaalne läbilaskvus on lainepikkusel 852 nm. Täislaius poolel kõrgusel (FWHM) on 15 nm (lainepikkuste vahemikus 845 - 860 nm).

## 2.3 Filtreeriv kiud

Superkontiinumlaseri mood lainepikkusel 800 nm on ebahomogeenne (joonis 2.3). Kiu põhimoodiks on Gaussi kelluke, mis annab selgema Besseli kimbu. Seetõttu lisati katse skeemi filtreeriv kiud. Optiline kiud S630HP (Thorlabs) on lainepikkuste vahemikus 630 kuni 860 nm ühemoodiline, mis lubab töötada justeerimis- ja superkontiinumlaseriga [20].

Filtreeriva kiu moodi laius  $d_{mood}$  lainepikkusel  $\lambda = 850\text{nm}$  on leitav valemite 1.1 ja 1.4 abil. Arvutuste tulemusena on põhimoodi laiuseks  $d_{mood} = 5,93\text{ }\mu\text{m}$ .

$$V = \frac{2\pi \cdot a \cdot NA}{\lambda} = \frac{2\pi \cdot 1,75\text{ }\mu\text{m} \cdot 0,12}{850\text{ nm}} = 1,552 \rightarrow \text{kiud on ühemoodiline } (\lambda = 850\text{ nm})$$

$$\omega = a \left( 0,65 + \frac{1,619}{V^{1,5}} + \frac{2,879}{V^6} \right) = 1,75\text{ }\mu\text{m} \left( 0,65 + \frac{1,619}{1,552^{1,5}} + \frac{2,879}{1,552^6} \right) = 2,963\text{ }\mu\text{m}$$

$$d_{mood} = 2\omega = 2 \cdot 2,963 \approx 5,93\text{ }\mu\text{m}$$

Vastavalt superkontiinumlaseri ja filtreeriva kiu moodi laiustele ja difrageeriva elemendi läbimõõdule (ca 1 cm) leiti sobivad läätsed maksimaalse sidustumise saavutamiseks valemiga 1.3 abil. Leiti, et filtreerivasse kiudu koondava lääts L1 optimaalne fookuskaugus on 16,4 mm. Filtreeriva kiu järel oleva lääts L2 optimaalne fookuskaugus on 93,0 mm. Gaussi funktsiooni puhul täislaius poolel kõrgusel (FWHM) ja laius kõrgusel  $1/e^2$  on seotud läbi konstandi  $\sqrt{\frac{\ln 2}{2}}$ . Lääts L2 fookuskauguse leidmisel eeldati, et tasaparalleelsete kiirte, mis läätse L2 läbimisel moodustuvad täislaius poolel kõrgusel (FWHM) on võrdne difrageeriva elemendi läbimõõduga.

$$f_1 = \frac{\pi \cdot d_{laser} \cdot d_{min}}{4 \cdot \lambda} = \frac{\pi \cdot 3\text{ mm} \cdot 5,93\text{ }\mu\text{m}}{4 \cdot 850\text{ nm}} = 16,4\text{ mm}$$

$$f_2 = \frac{\pi \cdot d_{laser} \cdot d_{min}}{4 \cdot \lambda} = \frac{\sqrt{2} \cdot \pi \cdot 1\text{ cm} \cdot 5,93\text{ }\mu\text{m}}{4\sqrt{\ln 2} \cdot 850\text{ nm}} = 93,0\text{ mm}$$

Arvutuste põhjal valiti filtreeriva kiu ees ja järel akromaatsed läätsed fookuskaugusega 12 mm ja 50 mm.

## 2.4 Difrageerivad elemendid

Antud töös kasutatakse  $J_0$ -järku Besseli kimbu tekitamiseks ringvõre võreperioodiga  $d = 20\text{ }\mu\text{m}$  ja  $J_1$ -järku Besseli kimbu tekitamiseks spiraalset ringvõre võreperioodiga  $d = 20\text{ }\mu\text{m}$ . Mõlemad võred on optimeeritud umbes 850 nm-le ja on umbes 1 cm läbimõõduga. Ringvõre täitetegur  $\kappa = 47,5\%$ , millest tulenevalt on ringvõre harjad kitsamad kui vaod [21].

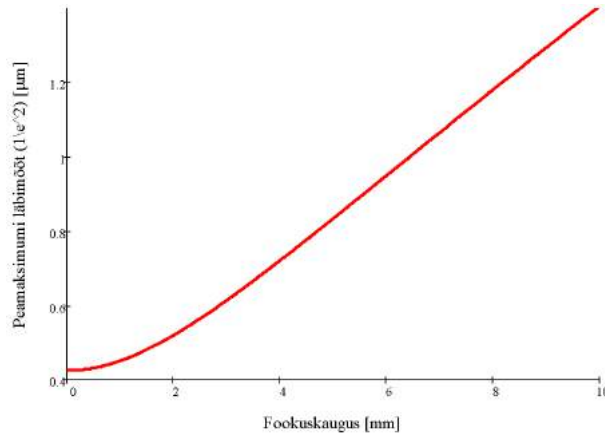
Antud töö eesmärgiks on sondeeriva kiu ruumilise lahutusvõime määramine, sidustades erineva tihedusega bipolaarseid välju. Levimisteljes muutuva tihedusega väljamustrite saamiseks tuleb skeemi lisada koondav element. Eesmärk oli saavutada võimalikult väike Besseli kimbu peamaksimumi läbimõõt. Minimaalse Besseli kimbu peamaksimumi läbimõõdu (kõrgusel  $1/e^2$ ) sõltuvus fookuskaugusest on toodud joonisel 2.5. Koondava

elemendina oli võimalik kasutada mikroskoobi objektive LoMo 20x/NA 0,40 (fookuskaugusega 8 mm) ja Carl Zeiss 50x/NA 0,8 (fookuskaugusega 3,3 mm). Vastavalt valemitele 1.7, 1.8 ja 1.6 saab leida minimaalse peamaksimumi laiuse (kõrgusel  $1/e^2$ ) mõlema objektiivi puhul.

$$\varphi = \arcsin\left(\frac{850 \mu\text{m}}{20 \mu\text{m}}\right) = 0,043$$

$$d_{eruut1} = \frac{850 \mu\text{m}}{2 \cdot \sin\left(\arctan\left[\frac{3,3 \text{ mm} \cdot \tan[0,043]}{3,3 \text{ mm} - \frac{3,3 \text{ mm} \cdot 5,49 \text{ mm}}{2 \cdot 3,3 \text{ mm} \cdot \tan[0,043] + 5,49 \text{ mm}}}\right]\right)} = 0,646 \mu\text{m}$$

$$d_{eruut2} = \frac{850 \mu\text{m}}{2 \cdot \sin\left(\arctan\left[\frac{8 \text{ mm} \cdot \tan[0,043]}{8 \text{ mm} - \frac{8 \text{ mm} \cdot 5,49 \text{ mm}}{2 \cdot 8 \text{ mm} \cdot \tan(0,043) + 5,49 \text{ mm}}}\right]\right)} = 1,181 \mu\text{m}$$



JOONIS 2.5: Joonis kirjeldab minimaalset Besseli kimbu peamaksimumi laiuse (kõrgusel  $1/e^2$ ) sõltuvust koondava läätse fookuskaugust.

Valituks osutus mikroskoobi objektiv LoMo 20x/NA 0,40, sest antud objektiivil olid väiksemad aberatsioonid.

## 2.5 Koonduva Besseli kimbu mõõtmine kaameraga

Olemaks kindel, et tekkinud valgusväli on piisavalt peen kiu lahutusvõime leidmiseks ja väli vastaks matemaatilisele mudelile, teostati välja mõõtmisi kaameraga. Mõõteseadet koosnes kaamerast (Allied Vision Guppy Pro F-503B), mille ühe piksli suurus on  $2,2 \times 2,2 \mu\text{m}$  ja mikroskoobi objektiivist (Carl Zeiss 50x/NA 0,8). Objektiiv valiti nii, et selle numbriline ava (NA) oleks sondeeriva kiu numbrilisest avast suurem ning kogu kiuga lahutatav väli on ka kaameraga lahutatav. Kaamerasüsteemi suurendus määrati USAF 1951 lahutusvõime skaala abil ning tulemuseks saadi 7,56-kordne suurendus. Vajadusest valgusvälja



mööta mööda levimissihti, oli kaamerasüsteem asetatud nihutiplokile (Newport LTA-HS), mida sai liigutada z-teljes.

## 2.6 Koonduva Besseli kimbu skaneerimine kiuga

Kaameraga mõõtmistele järgnes kiuga sondeerimine. Sondeerivaks kiuks valiti 780HP (Thorlabs), mis on lainepikkuste vahemikus 780 kuni 970 nm ühemoodiline [22]. Kiud on asetatud nihutiplokile (Newport LTA-HS), mida saab xyz-telgedes liigutada. Kiudu liigutati 200 nm sammudega. Kiudu sidustunud valgust mõõdeti mõõtepeast (Thorlabs S120C) ja võimsusmõõtjast (Thorlabs PM100D) koosneva süsteemiga. Antud valgusintensiivsuse mõõtmisseadme täpsus on 0,5% mõõtepiirkonnast ehk 0,25 nW [23, 24]. Pimesignaali ruutkeskmine väärtus katse jooksul oli  $RMS = 120nW$ . Tekitatud valgusvälja sondeerides, leitakse väljamustri ruumiline periood, millest peenemat kasutatud kiud ära ei lahuta. Seeläbi saadakse kiu ruumiline lahutusvõime.

## 2.7 Simulatsioon

Simuleeriti suure numbrilise avaga objektiivi järel levivat bipolaarset valgusvälja. Meetod põhineb valguse nurkspektriks jaotamisel ning ruumis levitamisel. Kirjeldades algse välja, mida soovitakse levitada, on simulatsiooni väljundiks elektrivälja kolmekomponendiline vektor, sõltuvana ruumikoordinaatidest x,y,z [25]. Arvutustes kasutati leviva väljana lõpmatu lausega Besseli kimpu  $[J_0(\alpha r)$  ja  $J_1(r) \cdot e^{i\theta}]$ , mis on piiratud mikroskoobi objektiivi ringikujulise sisendavaga. Kõrvutates algseid simulatsiooni tulemusi mõõtetulemustega (elektrivälja mõõtmised kiuga), tekkis vajadus lisada difraktsioonivõre nulljärku kirjeldav liige, et simulatsiooni tulemused kirjeldaksid eksperimendis toimuvat paremini. Võre efektiivsuse  $\eta$  sõltuvust difraktsioonijärgust kirjeldab valem

$$\eta(\lambda) = \left| \kappa \operatorname{sinc}(\kappa m) + (1 - \kappa) \operatorname{sinc}((1 - \kappa)m) e^{-i\pi m} e^{i\phi(\lambda, \delta)} \right|^2,$$

kus  $\kappa$  on täitetegur,  $\phi = \frac{2\pi\delta(n(\lambda)-1)}{\lambda}$  on faasivahe ja  $\delta$  on võre sügavus [21].

Juhul, kui  $\kappa = 0,5$  ja  $\lambda = 2\delta(n(\lambda) - 1)$  on nulljärgu efektiivsus 0. Antud eksperimendis kasutatud ringvõre puhul oli  $\kappa = 0,475$  ja  $\lambda$  lõpliku lausega spekter (FWHM = 15 nm). Sellest tulenevalt oli võre nulljärgu väljakomponentide vahel mittetäielik destruktiivne interferents ning leviv elektrivälja on null- ja esimese järgu summa. Kõrgemad difraktsioonijärgud levivad suurema nurga all ning seetõttu koondavale elemendile ei lange.

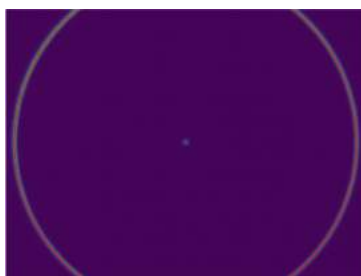
Lisaks levivale elektriväljale simuleeriti elektrivälja kiudu sidustumist. Simulatsioonis arvutatakse iga väljakomponendi sidum Gaussi funktsiooni kujulise kiu moodiga eraldi ning hiljem summeeritakse väljakomponentide intensiivsused kokku ( $I \propto |E|^2$ , kus  $I$  tähistab välja intensiivsust ja  $E$  elektrivälja komponenti). Kiu põhimoodi vaadeldi skalaarsena ehk polarisatsioonist sõltumatusena. Simulatsioonis kasutati programmeerimiskeelt Python ning varem loodud mooduleid.

## 3 Tulemused ja analüüs

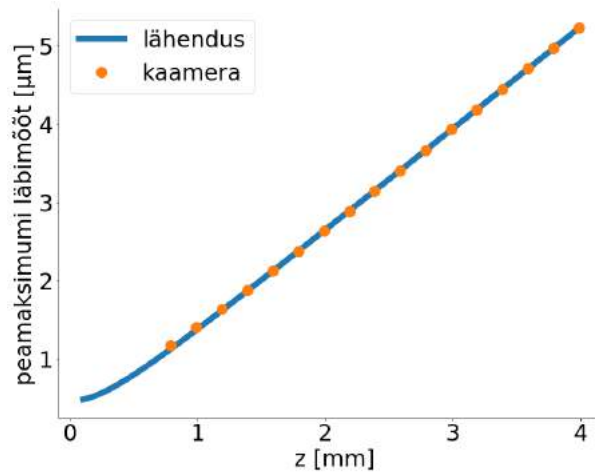
Antud peatükis kirjeldatakse eksperimendi tulemusi, kiuga ja kaamera teostatud mõõtmiste ning simulatsioonist saadud tulemuste võrdlust ja ruumilise lahutusvõime analüüsi. Peatükk on jaotatud kaheks alapeatükiks.

### 3.1 $J_0$ -Besseli kimbu mõõtmised

Alapeatükis 2.1 on kirjeldatud katseskeemi, millega eksperimenti läbi viidi. Esmalt teostati mõõtmisi kaamera vahemikus 0,6 kuni 4,0 mm fokaaltasandist, et veenduda tekitatud valgusvälja vastavust matemaatilisele mudelile. Matemaatilises mudelis on üheks sisendparameetriks koondava elemendi fookuskaugus. Koondava elemendi fokaaltasandi ligikaudne asukoht leiti Fourier' rõnga abil (joonis 3.1), mida hiljem täpsustati kaamera saadud tulemustele lähendussige leidmisega. Tulemused peamaksimumi laiuse (kõrgusel  $1/e^2$ ) sõltuvusest  $z$ -telje koordinaadist on nähtavad joonisel 3.2. Kaamera teostatud mõõtmised langevad määramatuse piires teoreetilisele kõverale. Kõver leiti valemi 1.7 abil. Sellest tulenevalt kasutatakse järgnevates mõõtmistes uuritava välja peamaksimumi läbimõõduga võrdlemiseks kaamera mõõtmistest arvutatud kõverat. Peeneim väli oli eristatav kaugusel  $z = 0,79$  mm fokaaltasandist, mis annab minimaalseks eristatavaks peamaksimumi läbimõõduks (kõrgusel  $1/e^2$ )  $1,18 \mu\text{m}$ . Fokaaltasandile lähematel kaugustel on uuritava välja intensiivsus taustamüraga võrreldavas suurusjärgus ning väljamustrit ei ole võimalik eristada. Saadud tulemus on piisav kiu ruumilise lahutusvõime uurimiseks (kiu moodi laius (kõrgusel  $1/e^2$ ) on  $5,0 \mu\text{m}$ ), milles tulenevalt asendati kaamera kiuga ning korraldati välja mõõtmisi.

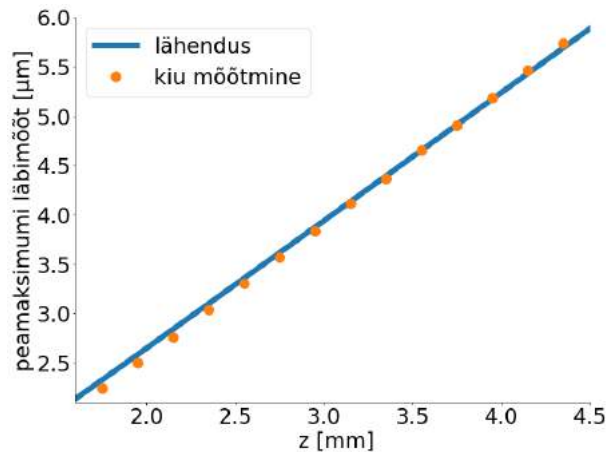


JOONIS 3.1: Kaamera mõõtmine kaugusel  $z = 0$  mm.  $m = 1$  järgu Fourier' rõnga raadiuseks antud katseskeemi puhul saadi  $R_f = 358 \mu\text{m}$ . Fourier rõnga moodustumist kirjeldab joonis 1.11.



JOONIS 3.2: Kaamera piltidest leitud peamaksimumide läbimõõt kõrgusel  $1/e^2$  sõltuvus  $z$ -koordinaadist. Katsepunktide alusel leiti lähendussirge kasutades valemit 1.7.

Kaameraga saadud mõõtmiste põhjal jõuti järeldusele, et ringvõre ja koondava objektiiviga tekitatud väljamuster on kuni viis korda kiu moodist peenem, mis võimaldab kiu ruumilist lahutusvõimet määrata. Tulemused peamaksimumi laiuse (kõrgusel  $1/e^2$ ) sõltuvusest  $z$ -telje koordinaadist on nähtavad joonisel 3.3. Vähimaks peamaksimumi läbimõõduks (kõrgusel  $1/e^2$ ) saadi kaugusel  $z = 1,75$  mm  $2,24 \mu\text{m}$ .

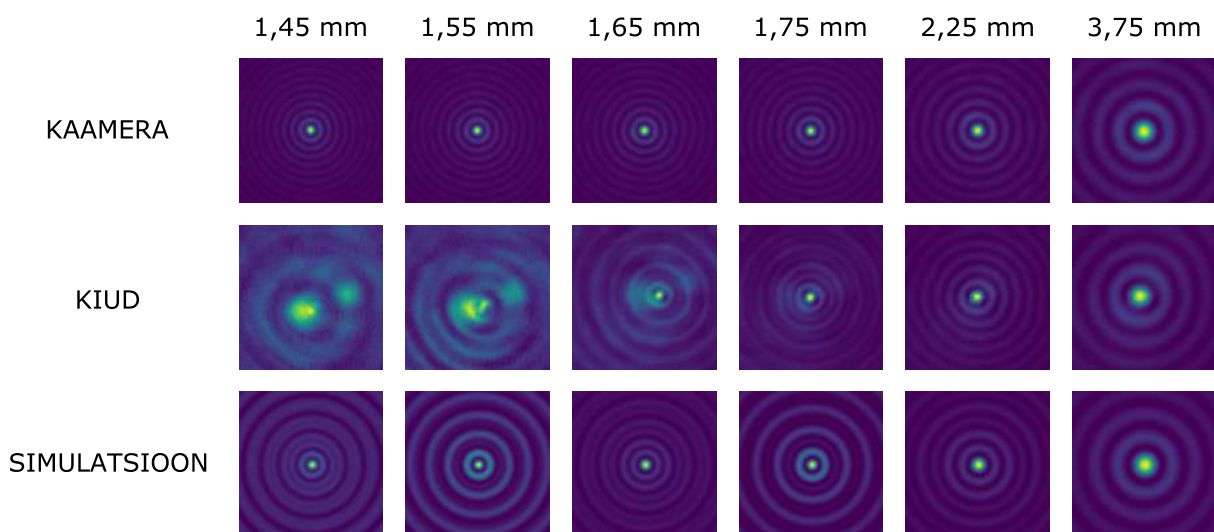


JOONIS 3.3: Kiuga mõõdetud välja peamaksimumide läbimõõt kõrgusel  $1/e^2$  sõltuvus  $z$ -koordinaadist. Lähendussirge on kaameraga teostatud mõõtmiste alusel arvutatud.

**Joonis ei alga koordinaattelgede nullkohast.**

Samal  $z$ -telje kaugusel tehtud pildid on nähtavad joonisel 3.4. Fokaaltasandist mõne millimeetri kaugusel ühtivad kiu ja kaameraga saadud väljamustrid hästi, kuid sondeerides kiu moodist kaks korda väiksemaid väljamustreid (peamaksimumi laius  $1/e^2$  kõrgusel väiksem kui  $2,24 \mu\text{m}$  ehk  $z < 1,75$  mm) tekivad sidumist tingitud väljamoonutused. Kaameraga

saadud väljad on kaugusel  $z = 1,45$  mm aberatsioonivabad, kus kiuga väljamustrit eristada pole enam võimalik. Fokaaltasandist  $1,75$  mm on minimaalne kaugus, kus  $(J_0)$ -tüüpi Besseli kimp on eristatav, mis annab peamaksimumi laiuksuseks kõrgusel  $1/e^2$   $2,24 \mu\text{m}$ . Lisades simulatsioonis algele väljale skalaarse difraktsiooni nulljärgu, mille tugevus on pool protsenti esimese järgu maksimaalsest väljatugevusest, on saadud tulemustes kiuga mõõtmisega sarnaseid efekte märgata. Selle põhjal võib väita, et kiudu sidustunud väljas on peenete väljamustrite puhul difraktsiooni nulljärgul märkimisväärne osakaal. Võttes kasutusele täiendavaid meetmeid ringvõre nulljärgust vabanemiseks, võimaldaks see kõrgemat ruumilist lahutust Besseli väljade puhul.

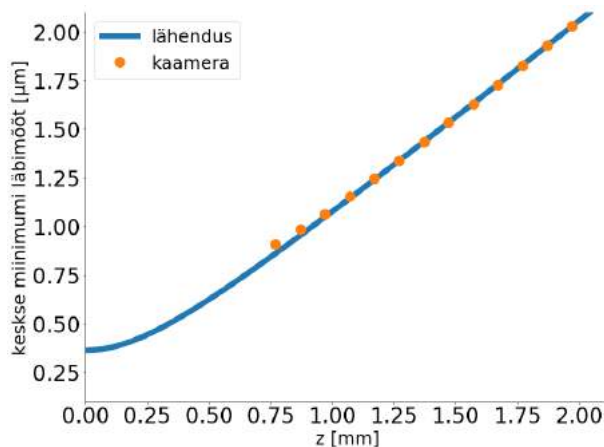


JOONIS 3.4: Joonisel on samal mõõtekaugusel kiuga, kaameraga ja simulatsioonist saadud väli. Mõõtmise teostati kaugustel  $1,45$  mm kuni  $3,75$  mm. Ühe mõõteakna suurus on  $15 \times 15 \mu\text{m}$ . Kaugusel  $1,75$  mm on väli kiuga veel eristatav. Simulatsioonis saadakse kiuga mõõdetud väljadele sarnased väljad, mille alusel võib väita, et mõõdetud väljas on skalaarne difraktsiooni nulljärgu komponent umbes  $0,5\%$  maksimaalsest Besseli kimbu peamaksimumi elektrivälja tugevusest.

## 3.2 $J_1$ -Besseli kimbu mõõtmised

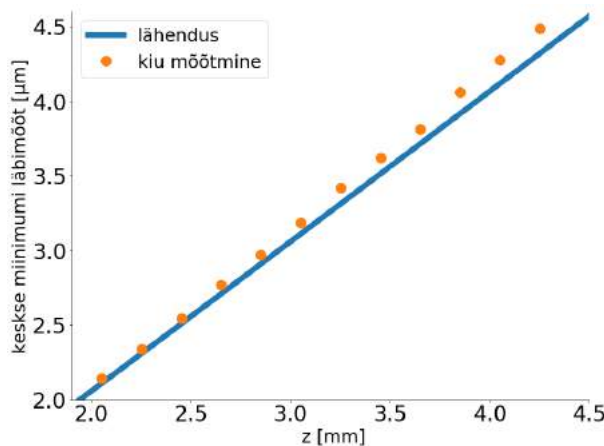
$J_0$ -tüüpi Besseli kimbu ja  $J_1$ -tüüpi Besseli kimbu tekitamiseks kasutatakse sama võreperioodiga ringvõret, seega on  $J_1$ -tüüpi Besseli kimbu mõõtmisel on Fourier' rõnga raadius jääva suurusega.  $J_1$ -tüüpi Besseli kimbu keskmes on miinimum, millest lähtuvalt on mõistlikum kiu moodiga võrdlemiseks kasutada keske miinimumi laiust kõrgusel  $1 - 1/e^2$ . Saadud kesksete miinimumide laiused ei ole  $J_0$ -tüüpi kimbu peamaksimumi läbimõõduga üheselt võrreldavad, sest funktsioonid ei ole antud kõrgustel sama laiad. Keske miinimumi laiuse (kõrgusel  $1 - 1/e^2$ ) sõltuvus  $z$ -telje koordinaadist on nähtav joonisel 3.5. Kaameraga teostatud mõõtmised langevad määramatuse piires teoreetilisele kõverale. Sellest tulenevalt kasutatakse järgnevates mõõtmistes uuritava välja keske miinimumi läbimõõduga võrdlemiseks kaamera mõõtmistest arvutatud kõverat. Peeneim väli oli eristatav kaugusel

$z = 0.97$  mm fokaaltasandist, mis annab minimaalseks eristatavaks keskse miinimumi läbimõõduks (kõrgusel  $1 - 1/e^2$ )  $1,06 \mu\text{m}$ . Fokaaltasandile lähematel kaugustel on uuritava välja intensiivsus taustamüraga võrreldavas suurusjärgus ning väljamustrit ei ole võimalik eristada. Saadud tulemus on piisav kiu ruumilise lahutusvõime uurimiseks (kiu moodi laius (kõrgusel  $1/e^2$ ) on  $5,0 \mu\text{m}$ ), milles tulenevalt asendati kaamera kiuga ning korraldati välja mõõtmisi.



JOONIS 3.5: Kaamera piltidest leitud kesksete miinimumide läbimõõt kõrgusel  $1 - 1/e^2$  sõltuvus  $z$ -koordinaadist.

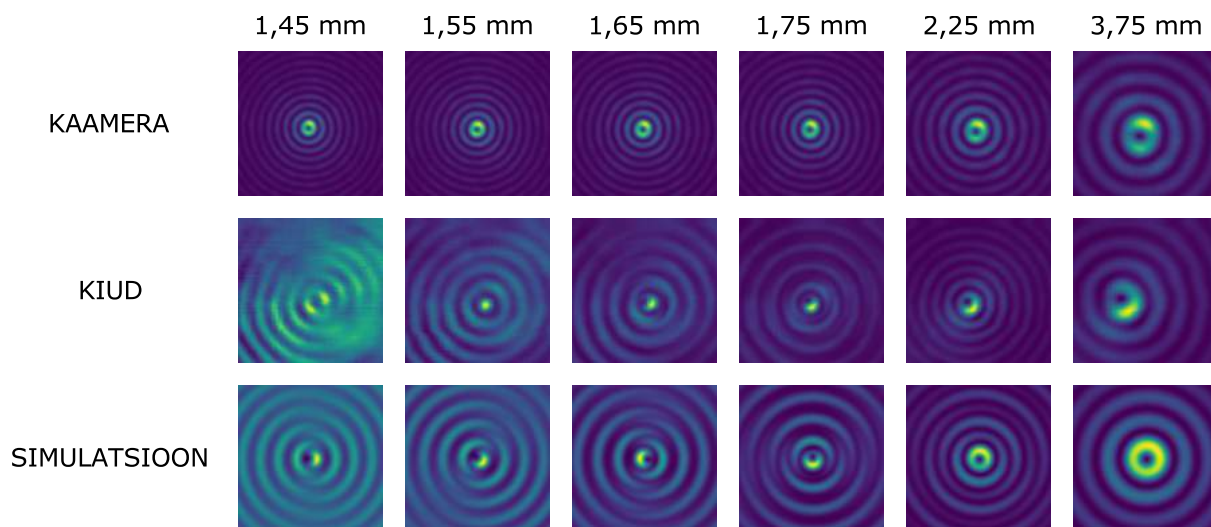
Kaameraga saadud mõõtmiste põhjal jõuti järeldusele, et ringvõre ja koondava objektiiviga tekitatud väljamuster on kuni viis korda kiu moodist peenem, mis võimaldab kiu ruumilist lahutusvõimet määrata. Tulemused keskse miinimumi laiuse (kõrgusel  $1 - 1/e^2$ ) sõltuvusest  $z$ -telje koordinaadist on nähtavad joonisel 3.6. Vähimaks keskse miinimumi läbimõõduks (kõrgusel  $1 - 1/e^2$ ) saadi kaugusel  $z = 2,05$  mm  $2,14 \mu\text{m}$ .



JOONIS 3.6: Kiuga mõõdetud välja kesksete miinimumide läbimõõt kõrgusel  $1/e^2$  sõltuvus  $z$ -koordinaadist. Lähenussirge on kaameraga teostatud mõõtmiste alusel arvutatud.

**Joonis ei alga koordinaattelgede nullkohast.**

Samal  $z$ -telje kaugusel tehtud pildid on nähtavad joonisel 3.7. Sarnaselt mõõtetulemustega  $J_0$ -tüüpi Besseli kimbu puhul, ühtivad fokaaltasandist mõne millimeetri kaugusel kiu ja kaameraga saadud väljamustrid. Väljamoonutused tekivad kahest mikronist peenemaid välju sondeerides (väli lahutatakse veel keskse miinimumi laiuse  $1 - 1/e^2$  kõrgusel  $2,12 \mu\text{m}$  ehk  $z = 2,25 \text{ mm}$  puhul). Kaameraga saadud väljad jäävad kogu kiuga tehtud mõõtmiste vahemikus aberatsioonivabadeks, erinevalt  $J_0$ -tüüpi Besseli kimbu mõõtmistest lakkab kiuga väljamustrit eristamine mõnisada mikronit fokaaltasandist kaugemal. Fokaaltasandist  $2,05 \text{ mm}$  on minimaalne kaugus, kus ( $J_1$ )-tüüpi Besseli kimbu keskne miinimum on eristatav, mis annab keskse miinimumi laiuseks kõrgusel  $1 - 1/e^2$   $2,14 \mu\text{m}$ .  $J_0$ -tüüpi Besseli kimbu puhul oli peamaksimumi läbimõõt  $2,24 \mu\text{m}$ , millest lähtuvalt on mõlemat välja ühesuguse efektiivsusega eristada. Simulatsioonis lisatud skalaarse difraktsiooni nulljärgu suhteline osakaal on  $J_1$  puhul 1% esimese järgu maksimaalsest väljatugevusest.



JOONIS 3.7: Joonisel on samal mõõtekaugusel kiuga, kaameraga ja simulatsioonist saadud väli. Mõõtmisi teostati kaugustel 1,45 mm kuni 3,75 mm. Ühe mõõteakna suurus on  $15 \times 15 \mu\text{m}$ . Kaugusel 2,25 mm on väli kiuga veel eristatav. Fokaaltasandile lähematel kaugustel kaameraga ja kiga tehtud mõõtmised kokku ei lange. Simulatsioonis saadakse kiuga mõõdetud väljadele sarnased väljad, mille alusel võib väita, et mõõdetud väljas on skalaarne difraktsiooni nulljärgu komponent umbes 1% maksimaalsest Besseli kimbu peamaksimumi elektrivälja tugevusest.

Töö eesmärgiks oli kiu ruumilise lahutusvõime määramine  $J_0$  ja  $J_1$ -tüüpi Besseli kimbu abil. Tööga seatud eesmärgid saavutati.

## Kokkuvõte

Antud töö eesmärgiks oli uurida optilist kiudu kui sondi. Töö jaotus  $J_0$ -Besseli ja  $J_1$ -Besseli mõõtmiseks. Mõlema välja mõõtmisi teostati nii kiu kui ka kaameraga. Täiendavalt simuleeriti kius levivat välja (sidumit kiu põhimoodi ja Besseli välja vahel), mida võrreldi eksperimendis saadud tulemustega.

Optilise kiu ruumilise lahutusvõime leidmiseks tekitati esmalt ringvõre ning koondava objektiivi abil  $J_0$ -tüüpi koonduv Besseli väli. Seejärel asendati ringvõre spiraalse võrega ning tekitati  $J_1$ -tüüpi koonduv Besseli väli. Kontrollimaks, et tekitatud väli langeb arvutuslikuga kokku, salvestati kaameraga välja ristlõikeid erinevatel levimistelje kaugustel. Kiu lahutusvõime leidmiseks sondeeriti tekitatud välja erinevatel levimistelje kaugustel ning saadi välja läbilõikeid. Väljamustri tihedus, mida pole võimalik kiuga eristada on sondi ruumilise lahutusvõime piiriks.

Vähimaks lahutatud peamaksimumi läbimõõduks saadi  $J_0$  välja puhul kõrgusel  $1/e^2$   $2,24\mu m$  ja  $J_1$  puhul kõrgusel  $1 - 1/e^2$   $2,14\mu m$ , mis on vastavalt 2,23-korda ja 2,36-korda peenem kui kiu moodi laius ( $5,0\mu m$  kõrgusel  $1/e^2$ ). Antud tulemus oli ootuspärane, sest Besseli ja Gaussi funktsiooni sidumis säilitab Besseli funktsioon oma kuju.

Töö edasiarendusena on võimalik kasutada tundlikemat tajurit ja katseskeemi parandada, et kiudu sidustunud valguse efektiivsust tõsta ja seeläbi parandada kiu ruumilist lahutusvõimet. Täiendavalt tasub uurida difraktsiooni nulljärgu mõju valgusvälja ja kiu moodi vahelisele sidustumisele.

## Tänuavaldused

Tahaksin tänada oma juhendajaid Heli Lukner'it ja Sandhra-Mirella Valdma'd. Andreas Valdmann'i soovin tänada abi eest katseskeemide ehitamisel, katsete tegemisel ning programmeerimisega seotud küsimustes. Viimasena tahan tänada kursusekaaslast, perekonda ja sõpru, kes on õpingute ajal toeks olnud.

Valle Morel



# Kirjandus

- [1] Eric J Seibel, RichardŠ Johnston, and C David Melville. A full-color scanning fiber endoscope. In *Optical fibers and sensors for medical diagnostics and treatment applications VI*, volume 6083, page 608303. International Society for Optics and Photonics, 2006.
- [2] Xinzhong Chen, Debo Hu, Ryan Mescall, Guanjun You, DN Basov, Qing Dai, and Mengkun Liu. Modern scattering-type scanning near-field optical microscopy for advanced material research. *Advanced Materials*, page 1804774, 2019.
- [3] Pamela Bowlan, Pablo Gabolde, Aparna Shreenath, Kristan McGresham, Rick Trebino, and Selcuk Akturk. Crossed-beam spectral interferometry: a simple, high-spectral-resolution method for completely characterizing complex ultrashort pulses in real time. *Opt. Express*, 14(24):11892–11900, Nov 2006. doi: 10.1364/OE.14.011892. URL <http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=oe-14-24-11892>.
- [4] Heli Valtna-Lukner, Jaagup Repän, Sandhra-Mirella Valdma, and Peeter Piksarv. Endlessly single-mode photonic crystal fiber as a high resolution probe. *Applied Optics*, 55(33):9407–9411, 2016.
- [5] Valle Morel. Ühemoodilise optilise kiu lahusvõime uurimine kiireneva besseli kimbu abi, 2017. URL <http://hdl.handle.net/10062/56834>.
- [6] D McGloin and K Dholakia. Bessel beams: diffraction in a new light. *Contemporary Physics*, 46(1):15–28, 2005.
- [7] Ajoy Ghatak and K Thyagarajan. *An introduction to fiber optics*. Cambridge university press, 1998.
- [8] Dietrich Marcuse. Loss analysis of single-mode fiber splices. *Bell System Technical Journal*, 56(5):703–718, 1977.
- [9] Optical resonators and gaussian beams. [http://optique-ingenieur.org/en/courses/OPI\\_ang\\_M01\\_C03/co/Grain\\_OPI\\_ang\\_M01\\_C03\\_5.html](http://optique-ingenieur.org/en/courses/OPI_ang_M01_C03/co/Grain_OPI_ang_M01_C03_5.html), 2007. Kasutatud 05.04.2019.
- [10] Steven W Smith et al. The scientist and engineer’s guide to digital signal processing. *California Technical Publishing*, 1997.
- [11] Malvin Carl Teich Bahaa E. A.Šaleh. *Fundamentals of Photonics*. Wiley Series in Pure and Applied Optics. Wiley-Interscience, 2 edition, 2007. ISBN 9780471358329,0471358320.

- 
- [12] Noé Jiménez, Rubén Picó, Víctor Sánchez-Morcillo, Vicent Romero-García, Lluís M García-Raffi, and Kestutis Staliunas. Formation of high-order acoustic bessel beams by spiral diffraction gratings. *Physical Review E*, 94(5):053004, 2016.
- [13] George A Campbell and Ronald M Foster. Fourier integrals for practical applications. *The Bell System Technical Journal*, 1951.
- [14] Izrail Solomonovich Gradshteyn and Iosif Moiseevich Ryzhik. *Table of integrals, series, and products*. Academic press, 2014.
- [15] Hrp050 - hene laser. [https://www.thorlabs.com/\\_sd.cfm?fileName=12106-D02.pdf&partNumber=HRP050](https://www.thorlabs.com/_sd.cfm?fileName=12106-D02.pdf&partNumber=HRP050), 2010. Kasutatud 05.04.2019.
- [16] Cps635r - collimated laser diode module 635 nm, 1.2 mw, circular beam. [https://www.thorlabs.com/\\_sd.cfm?fileName=QTN010326-S01.pdf&partNumber=CPS635R](https://www.thorlabs.com/_sd.cfm?fileName=QTN010326-S01.pdf&partNumber=CPS635R), 2015. Kasutatud 05.04.2019.
- [17] Fianium whitelase supercontinuum lasers. <https://www.nktpotonics.com/lasers-fibers/product/fianium-whitelase-micro/>, 2013. Kasutatud 21.01.2019.
- [18] 3glvswp. <https://www.deltaopticalthinfilm.com/wp-content/uploads/data-sheets/linear-variable-filters/3G%20LVSWP.pdf>, 2018. Kasutatud 05.04.2019.
- [19] 3glvlwp. <https://www.deltaopticalthinfilm.com/wp-content/uploads/data-sheets/linear-variable-filters/3G%20LVLWP.pdf>, 2018. Kasutatud 05.04.2019.
- [20] S630-hp - single mode optical fiber. [https://www.thorlabs.com/\\_sd.cfm?fileName=19712-S01.pdf&partNumber=S630-HP](https://www.thorlabs.com/_sd.cfm?fileName=19712-S01.pdf&partNumber=S630-HP), 2013. Kasutatud 21.01.2019.
- [21] Peeter Piksarv, Heli Valtua-Lukner, Andreas Valdmann, Madis L ohmus, Roland Matt, and Peeter Saari. Temporal focusing of ultrashort pulsed bessel beams into airy-bessel light bullets. *Opt. Express*, 20(15):17220–17229, Jul 2012. doi: 10.1364/OE.20.017220. URL <http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=oe-20-15-17220>.
- [22] 780hp - single mode optical fiber. [https://www.thorlabs.de/\\_sd.cfm?fileName=6829-S01.pdf&partNumber=780HP](https://www.thorlabs.de/_sd.cfm?fileName=6829-S01.pdf&partNumber=780HP), 2017. Kasutatud 05.04.2019.
- [23] Pm100d - compact power and energy meter console, digital 4"lcd. [https://www.thorlabs.com/\\_sd.cfm?fileName=17654-D02.pdf&partNumber=PM100D](https://www.thorlabs.com/_sd.cfm?fileName=17654-D02.pdf&partNumber=PM100D), 2017. Kasutatud 05.04.2019.

- 
- [24] S120c - standard photodiode power sensor, si, 400 - 1100 nm, 50 mw. [https://www.thorlabs.com/\\_sd.cfm?fileName=18356-S01.pdf&partNumber=S120C](https://www.thorlabs.com/_sd.cfm?fileName=18356-S01.pdf&partNumber=S120C), 2016. Kasutatud 05.04.2019.
- [25] Marcel Leutenegger, Ramachandra Rao, Rainer A Leitgeb, and Theo Lasser. Fast focus field calculations. *Optics express*, 14(23):11277–11291, 2006.

# Lihtlitsents lõputöö reprodutseerimiseks ja lõputöö üldsusele kättesaadavaks tegemiseks

Mina, Valle Morel,

1. annan Tartu Ülikoolile tasuta loa (lihtlitsentsi) enda loodud teose

**Astmelise murdumisnäitajaga optilise kiu kasutamine sondina,**

mille juhendajad on Heli Lukner ja Sandhra - Mirella Valdma,

- (a) reprodutseerimiseks säilitamise ja üldsusele kättesaadavaks tegemise eesmärgil, sealhulgas digitaalarhiivi DSpace-is lisamise eesmärgil kuni autoriõiguse kehtivuse tähtaja lõppemiseni;
- (b) üldsusele kättesaadavaks tegemiseks Tartu Ülikooli veebikeskkonna kaudu, sealhulgas digitaalarhiivi DSpace'i kaudu kuni autoriõiguse kehtivuse tähtaja lõppemiseni.

2. olen teadlik, et punktis 1 nimetatud õigused jäävad alles ka autorile.

3. kinnitan, et lihtlitsentsi andmisega ei rikuta teiste isikute intellektuaalomandi ega isikuandmete kaitse seadusest tulenevaid õigusi.

Tartu, 2. juuni 2019. a.